

### BAI TAP LAM THEM CHÖÖNG 3

3.1. Öll công viên, ba bạn sinh viên ñang chơi trò chơi bắn bia. Các bạn bắn ñộc lập. Xác suất ñể các bạn bắn trung ñích lần lượt là 0,7; 0,6 và 0,9. Gọi  $X$  – số viên ñạn bắn trung sau khi bắn một loạt.

- 1) Lập phân phối của  $X$
- 2) Tính  $E(X)$  và  $D(X)$
- 3) Tính  $P(2 \leq X \leq 5)$

*Höông ñáp*

1) Ta coi  $X = 0; 1; 2; 3$

$$p_1 = P(X = 0) = 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,1, \quad p_2 = P(X = 1) = 0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,9$$

$$p_3 = P(X = 2) = 1 - p_1 - p_2 - p_4, \quad p_4 = P(X = 3) = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,9$$

2) Tính theo công thức

$$3) P(2 \leq X \leq 5) = p_3 + p_4$$

3.2. Nhu cầu hàng năm về loại hàng A là biến ngẫu nhiên liên tục  $X$  có hàm mật ñộ xác suất ñều sau (*Ñơn và tính: ngạn sản phẩm*):

$$f(x) = \begin{cases} k(30 - x) & \text{khi } x \in (0; 30) \\ 0 & \text{khi } x \notin (0; 30) \end{cases}$$

- 1) Tính hệ số  $k$
- 2) Tìm xác suất ñể nhu cầu về loại hàng hoá ñó không vượt quá 12000 sản phẩm trong một năm
- 3) Tìm nhu cầu trung bình hàng năm về loại hàng ñó

*Höông ñáp*

$$1) \text{ Chuẩn } 1 = \int_0^{30} k(30 - x) dx \Rightarrow k = \frac{1}{450}$$

$$2) P(X \leq 12) = \int_0^{12} \frac{1}{450} (30 - x) dx$$

$$3) E(X) = \int_0^{30} \frac{1}{450} x(30 - x) dx$$

3.3. Trong một cuộc thi ngöõ ta coi hai hình thức thi:

- Hình thức thi ñầu tiên là mỗi ngöõ phải trả lời 2 câu hỏi, mỗi câu trả lời ñúng ñó 5 ñiểm.
- Hình thức thi ñó hai là nếu trả lời ñúng câu ñầu tiên mỗi ñó trả lời câu ñó hai, nếu không thì ñừng cuộc thi. Trả lời ñúng câu ñầu tiên ñó 5 ñiểm, trả lời ñúng câu ñó hai ñó 10 ñiểm.

Trong hai hình thức thi, các câu trả lời sai ñều không ñó ñiểm. Giả sử xác suất trả lời ñúng mỗi câu là  $p$  và việc trả lời ñúng mỗi câu là ñộc lập với nhau. Tìm ñều kiện ñể ñó chọn hình thức thi coi ñó cho ngöõ thi ñó?

### Hướng dẫn

Gọi  $X, Y$  là điểm thi của người thi tham gia hình thức 1 và 2. Ta có:

$X$	0	5	10	$Y$	0	5	15
$P(X)$	$(1-p)^2$	$2p(1-p)$	$p^2$	$P(Y)$	$1-p$	$p(1-p)$	$p^2$

Tính  $E(X) = 10p, E(Y) = 5p + 10p^2$ .

1)  $E(X) = E(Y) \Leftrightarrow p = 0 \vee p = 0,5$

2)  $E(X) > E(Y) \Leftrightarrow 0 < p < 0,5$

3)  $E(X) < E(Y) \Leftrightarrow 0,5 < p \leq 1$

3.4. Cho hai biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  độc lập với nhau, có bảng phân phối như sau:

$X$	2	4	5
$P(X)$	0,1	0,3	0,6

và

$Y$	7	9
$P(Y)$	0,8	0,2

Hãy tính  $E(XY)$  và  $D(2X - 3Y)$  bằng hai cách khác nhau?

### Hướng dẫn

Cách 1. Do  $X, Y$  độc lập nên  $E(XY) = E(X)E(Y)$  và  $D(2X - 3Y) = 4D(X) - 9D(Y)$ . Do đó ta cần tính  $E(X), E(X^2)$  suy ra  $D(X)$ ;  $E(Y), E(Y^2)$  suy ra  $D(Y)$ .

Cách 2. Do  $X = 2; 4; 5$  và  $Y = 7; 9$  nên  $XY = 14; 18; 28; 35; 36; 45$  với xác suất tương ứng  $0,08; 0,02; 0,24; 0,48; 0,06; 0,12$  và  $2X - 3Y = -17; -23; -13; -19; -11$  với xác suất tương ứng  $0,2; 0,02; 0,24; 0,48; 0,06$  sau đó tính  $E(XY), D(2X - 3Y)$  theo công thức.

3.5. Sản phẩm xuất xưởng của nhà máy có tới 70% sản phẩm loại A. Lần này lấy tình cờ 10 sản phẩm. Tính xác suất để có tới 8 sản phẩm loại A. Nếu muốn có tới 15 sản phẩm loại A thì trung bình phải kiểm tra thêm bao nhiêu sản phẩm nữa?

### Hướng dẫn

Gọi  $X$  là số sản phẩm loại A, ta có  $X \in B(10; 70\%)$

1) Tính  $p_8 = P(X = 8) = C_{10}^8 (70\%)^8 (1 - 70\%)^{10-8}$

2) Ta phải có  $E(X) = 15$  nên  $np = 15$  hay  $n = 15/70\%$

3.6. Hàng ngày ô nhiễm cấp cứu trung bình có 5 ca tới cấp cứu. Tìm xác suất để:

- 1) Có 10 ca tới cấp cứu
- 2) Có 11 ca tới cấp cứu
- 3) Có 12 hoặc hơn tới cấp cứu

### Hướng dẫn

Gọi  $X$  là số ca tới cấp cứu trong một ngày, ta có  $X \in P(5)$

1) Tính  $p_{10} = P(X = 10) = \frac{e^{-5} 5^{10}}{10!}$

2) Tính  $p_{11} = P(X = 11) = \frac{e^{-5} 5^{11}}{11!}$

### 3) Tính $P(X \geq 12) = 1 - p_1 - p_2 - \dots - p_{11}$

3.7. Trọng lượng của lợn xuất chuồng từ một trại chăn nuôi nòi khác coi phân phối chuẩn với kỳ vọng và phương sai lần lượt là  $50\text{kg}$  và  $4(\text{kg})^2$ .

- 1) Tính xác suất nếu một con lợn xuất chuồng có trọng lượng nằm trong khoảng từ  $44\text{kg}$  đến  $56\text{kg}$ ?
- 2) Lợn xuất chuồng nòi khác chia làm 3 loại: Loại A nếu trọng lượng trên  $54\text{kg}$ , loại B nếu trọng lượng từ  $48\text{kg}$  đến  $54\text{kg}$ , con lại là loại C. Tính tỷ lệ ba loại?

#### Hướng dẫn

Gọi  $X$  là trọng lượng lợn xuất chuồng, ta có  $X \in N(50; 2)$

1) Tính  $P(44 \leq X \leq 56) = \Phi\left(\frac{56-50}{2}\right) - \Phi\left(\frac{44-50}{2}\right) = 2\Phi(3)$

2) Tỷ lệ loại A:  $P(X \geq 54) = P(54 \leq X < +\infty)$ , tỷ lệ loại B:  $P(48 \leq X \leq 54)$ , để tính tỷ lệ loại C ta lấy 1 trừ tỷ lệ loại A, B.

3.8. Số linh kiện do phân xưởng đúc ra coi tỷ lệ sản phẩm loại A là 80%. Lần này chúng ta kiểm tra 100 sản phẩm. Tìm xác suất nếu số sản phẩm loại A:

- 1) Là 84
- 2) Từ 76 tới 90

#### Hướng dẫn

Gọi  $X$  là số sản phẩm loại A, ta có  $X \in B(100; 80\%)$

1) Tính  $p_{84} = P(X = 84) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 100 \cdot 80\% \cdot (1-80\%)}} e^{-\frac{(84-100 \cdot 80\%)^2}{2 \cdot 100 \cdot 80\% \cdot (1-80\%)}} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi e}}$

2) Tính  $P(76 \leq X \leq 90) = \Phi\left(\frac{90-100 \cdot 80\%}{\sqrt{100 \cdot 80\% \cdot (1-80\%)}}\right) - \Phi\left(\frac{76-100 \cdot 80\%}{\sqrt{100 \cdot 80\% \cdot (1-80\%)}}\right) = \Phi(2,5) + \Phi(1)$